**第23讲 周期工程问题**

**一、知识要点**

周期工程问题中，工作时工作人员（或物体）是按一定顺序轮流交替工作的。解答时，首先要弄清一个循环周期的工作量，利用周期性规律，使貌似复杂的问题迅速地化难为易。其次要注意最后不满一个周期的部分所需的工作时间，这样才能正确解答。

**二、精讲精练**

**【例题1】**一项工程，甲单独做需要12小时，乙单独做需要18小时。若甲做1小时后乙接替甲做1小时，再由甲接替乙做1小时……两人如此交替工作，问完成任务时需共用多少小时？

把2小时的工作量看做一个循环，先求出循环的次数。

①需循环的次数为：1÷（+）=＞7（次）

②7个循环后剩下的工作量是：1-（+）×7=

③余下的工作两还需甲做的时间为：÷=（小时）

④完成任务共用的时间为：2×7+=14（小时）

答：完成任务时需共用14小时。

**练习1**：

1、一项工程，甲单独做要6小时完成，乙单独做要10小时完成。如果按甲、乙；甲、乙……的顺序交替工作，每次1小时，需要多少小时才能完成？

2、一部书稿，甲单独打字要14小时，乙单独打字要20小时。如果先由甲打1小时，然后由乙接替甲打1小时；再由甲接替乙打1小时……两人如此交替工作，打完这部书稿共需用多少小时？

3、一项工作，甲单独完成要9小时，乙单独完成要12小时。如果按照甲、乙；甲、乙……的顺序轮流工作，每人每次工作1小时，完成这项工程的2/3共要多少时间？

**【例题2】**一项工程，甲、乙合作26天完成。如果第一天甲做，第二天乙做，这样交替轮流做，恰好用整数天完成。如果第一天乙做，第二天甲做，这样交替轮流做，比上次轮流做要多半天才能完成。这项工程由甲单独做要多少天才能完成？

由题意可以推出“甲先”的轮流方式，完成时所用的天数为奇数，否则不论“甲先”还是“乙先”，两种轮流方式完成的天数必定相同。根据“甲先”的轮流方式为奇数，两种轮流方式的情况可表示如下：

甲乙甲乙……甲乙甲

乙甲乙甲……乙甲乙甲

竖线左边做的天数为偶数，谁先做没关系。竖线右边可以看出，乙做一天等于甲做半天，即甲的工作效率是乙的2倍。

①甲每天能做这项工程的1÷26×=

②甲单独做完成的时间1÷=40（天）

答：这项工程由甲单独做需要40天才能完成。

**练习2：**

1、一项工程，乙单独做20天可以完成。如果第一天甲做，第二天乙做，这样轮流交替做，也恰好用整数天完成。如果第一天乙做，第二天甲做，这样轮流交替做，比上次轮流做要多半天才能完成。这项工程由甲独做几天可以完成？

2、一项工程，甲单独做6天可以完成。如果第一天甲做，第二天乙做，这样轮流交替做，恰好也用整数天完成。如果第一天乙做，第二天甲做，这样轮流交替做，比上次轮流做要多天才能完成。这项工程由甲、乙合作合作几天可以完成？

3、一项工程，甲、乙合作12小时可以完成。如果第一小时甲做，第二小时乙做，这样轮流交替做，也恰好用整数小时完成。如果第一小时乙做，第二小时甲做，这样轮流交替做，比上次轮流做要多小时才能完成。这项工程由甲独做几小时可以完成？

4、蓄水池有一跟进水管和一跟排水管。单开进水管5小时灌满一池水，单开排水管3小时排完一池水。现在池内有半池水，如果按进水、排水；进水、排水……的顺序轮流依次各开1小时，多少小时后水池的水刚好排完？

**【例题3】**一批零件，如果第一天甲做，第二天乙做，这样交替轮流做，恰好用整数天数完成。如果第一天乙做，第二天甲做，这样交替轮流做，做到上次轮流完成时所用的天数后，还剩60个不能完成。已知甲、乙工作效率的比是5：3。甲、乙每天各做多少个？

由题意可以推出“甲先”的轮流方式，完成时所用的天数为奇数，否则不论“甲先”还是“乙先”，两种轮流方式完成的天数必定相同。根据“甲先”的轮流方式为奇数，两种轮流方式的情况可表示如下：

甲乙甲乙……甲乙甲

乙甲乙甲……乙甲乙剩60个

竖线左边做的天数为偶数，谁先做没关系。竖线右边可以看出，剩下的60个零件就是甲、乙工作效率的差。

甲每天做的个数为：60÷（5-3）×5=150（个）

乙每天做的个数为：60÷（5-3）×3=90（个）

答：甲每天做150个，乙每天做90个。

**练习3**：

1、一批零件如果第一天师傅做，第二天徒弟做，这样交替轮流做，恰好用整数天完成。如果第一天徒弟做，第二天师傅做，这样交替轮流做，做到上次轮流完成时所用的天数后，还剩84个不能完成。已知师、徒工作效率的比是7：4。师、徒二人每天各做多少个？

2、一项工程，如果第一天甲做，第二天乙做，这样交替轮流恰好用整数天完成。如果死一天乙做，第二天甲做，这样交替轮流做要多天才能完成。如果让甲、乙二人合作，只需2天就可以完成。现在，由乙独做需要几天才能完成？

3、红星机械厂有1080个零件需要加工。如果第一小时让师傅做，第二小时让徒弟做，这样交替轮流，恰好整数小时可以完成。如果第一小时让徒弟做，第二小时让师傅做，这样交替轮流，做到上次轮流完成时所用的天数后，还剩60个不能完成。如果让师、徒二人合作，只需3小时36分就能完成。师、徒每小时各能完成多少个？

**【例题4】**打印一部稿件，甲单独打要12小时完成，乙单独打要15小时完成。现在，甲、乙两人轮流工作。甲工作1小时，乙工作2小时；甲工作2小时，乙工作1小时；甲工作1小时，乙工作2小时……如此这样交替下去，打印这部书稿共要多少小时？

根据已知条件，我们可以把6小时的工作时间看做一个循环。在每一个循环中，甲、乙都工作了3小时。

①每循环一次，他们共完成全部工程的（+）×3＝

②总工作量里包含几个9/20：1÷=2

③甲、乙工作两个循环后，剩下全工程的1-×2＝

④由于＞，所以，求甲工作1小时后剩下的工作由乙完成还需的时间为（-）÷＝

⑤打印这部稿件共需的时间为：6×2+1+=13（小时）

答：打印这部稿件共需13小时。

**练习4**：

1、一个水池安装了甲、乙两根进水管。单开甲管，24分钟能包空池灌满；单开乙管，18分钟能把空池灌满。现在，甲、乙两管轮流开放，按照甲1分钟，乙2分钟，甲2分钟，乙1分钟，甲1分钟，乙2分钟……如此交替下去，灌满一池水共需几分钟？

2、一件工作，甲单独做，需12小时完成；乙单独做需15小时完成。现在，甲、乙两人轮流工作，甲工作2小时，乙工作1小时；甲工作1小时，乙工作2小时；甲工作2小时，乙工作1小时……如此交替下去，完成这件工作共需多少小时？

3、一项工程，甲单独做要50天完工，乙单独做需60天完工。现在，自某年的3月2日两人一起开工，甲每工作3天则休息1天，乙每工作5天则休息一天，完成全部工程的为几月几日？

4、一项工程，甲工程队单独做完要150天，乙工程队单独做完需180天。两队合作时，甲队做5天，休息2天，乙队做6天，休息1天。完成这项工程要多少天？

**【例题5】**有一项工程，由甲、乙、丙三个工程队每天轮做。原计划按甲、乙、丙次序轮做，恰好整数天完成呢感。如果按乙、丙、甲次序轮做。比原计划多用0.5天；如果按丙、甲、乙次序做，比原计划多用天。已知甲单独做13天完成。且3个工程队的工效各不相同。这项工程由甲、乙、丙合作要多少天完工？

由题意可以推出：按甲、乙、丙次序轮做，能够的天数必定是3的倍数余1或余2。如果是3的倍数，三种轮流方式完工的天数，必定相同。如果按甲、乙、丙的次序轮流做，用的天数是3的倍数余1。三种轮流方式做的情况可表示如下：

甲乙丙，甲乙丙，……甲乙丙，甲

乙丙甲，乙丙甲，……乙丙甲，乙丙

丙甲乙，丙甲乙，……丙甲乙，丙甲

从中可以退出：丙=甲；由于乙=甲－丙=甲－甲×，又推出乙=甲；与题中“三个工程队的工效各不相同”矛盾。所以，按甲、乙、丙的次序轮做，用的天数必定是3的倍数余2。三种轮流方式用的天数必定如下所示：

甲乙丙，甲乙丙，……甲乙丙，甲乙

乙丙甲，乙丙甲，……乙丙甲，乙丙甲

丙甲乙，丙甲乙，……丙甲乙，丙甲乙

由此推出：丙=甲，丙=乙

①丙队每天做这项工程的×=

②乙队每天做这项工程的÷=

③甲、乙、丙合作完工需要的时间为1÷（++）=5（天）

答：甲、乙、丙合作要5天完工。

**练习5**：

1、有一项工程，由三个工程队每天轮做。原计划按甲、乙、丙次序轮做，恰好用整数天完成呢感。如果按乙、丙、甲次序轮做。比原计划多用天；如果按丙、甲、乙次序做，比原计划多用天。已知甲单独做7天完成。且3个工程队的工效各不相同。这项工程由甲、乙、丙合作要多少天完工？

2、有一项工程，由三个工程队每天轮做。原计划按甲、乙、丙次序轮做，恰好整数天完成呢感。如果按乙、丙、甲次序轮做。比原计划多用天；如果按丙、甲、乙次序做，比原计划多用天。已知甲单独做10天完成。且3个工程队的工效各不相同。这项工程由甲、乙、丙合作要多少天完工？

3、有一项工程，由甲、乙、丙三个工程队每天轮做。原计划按甲、乙、丙次序轮做，恰好整数天完成呢感。如果按乙、丙、甲次序轮做。比原计划多用天；如果按丙、甲、乙次序做，比原计划多用天。已知这项工程由甲、乙、丙三个工程队同时合作，需13天可以完成，且3个工程队的工效各不相同。这项工程由甲独做需要多少天才能完成？

4、蓄水池装有甲、丙两根进水管和乙、丁两根排水管。要注满一池水，单开甲管需要3小时，单开丙管需要5小时。要排光一池水，单开乙管要4小时，单开丁管要6小时。现知池内有池水，如果按甲、乙、丙、丁，甲、乙、丙、丁……的顺序轮流各开1小时，多长时间后水开始溢出水池？